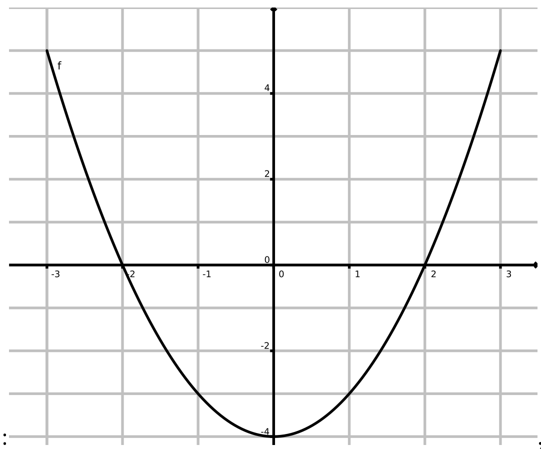
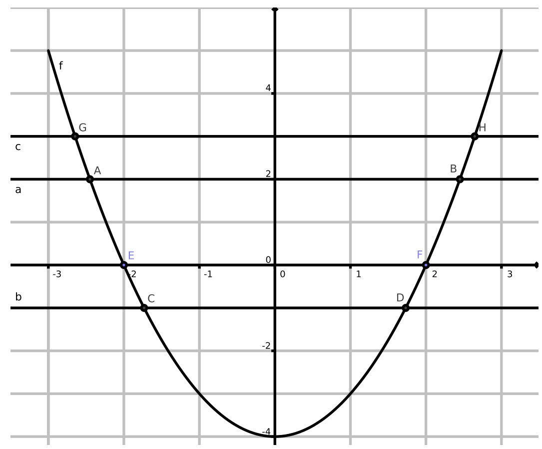
Remarque sur le DM pour le lundi 3 janvier: la question de la partie 2 : “Développer f(x)” n'a pas de sens puisque l'expression donnée pour la fonction f est déjà développée.

Pour la méthode de résolution graphique d'équations et inéquations : voir le manuel page 12

Correction exercice 67p37

Enoncé : 

, Constructions : 

1. Graphiquement l'ensemble de déinition de f est l'ensemble des abscisses des points de la courbe : $D_f = [-3; 3]$.

2. Le maximum de f sur D_f est 5, atteint en -3 et en 3.
   Le minimum de f sur D_f est -4, atteint en 0.

3. On lit graphiquement : l'image par f de 0 est -4.
   Les éventuels antécédents par f de 2 sont $-2, 45$ et $2, 45$. (valeurs approchées) (Rq : cf. les points A et B)

4. Pour résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -1$, on trace la droite d'équation $y = -1$, et on cherche les abscisses des points d'intersection avec C_f.
   L'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = \{-1, 73; 1, 73\}$ (valeurs approchées) (cf. points C et D)
   De même, pour résoudre l'équation $f(x) = 0$, on trace la droite d'équation $f(x) = 0$ (c'est l'axe des abscisses), et on cherche les abscisses des points d'intersection avec C_f.
   L'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = \{-2; 2\}$ (cf. points E et F)

5. Pour résoudre graphiquement l'équation $f(x) \geq 3$, on trace la droite d'équation $y = 3$, et on cherche les abscisses des points de C_f qui sont au dessus de cette droite : l'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = [-3; -2, 65] \cup [2, 65; 3]$ (valeurs approchées)(cf. les points G et H)

6. Pour le tableau de variation, on commence par chercher les bornes de l'ensemble de définition (-3 et 3) et les valeurs de la variable x pour lesquelles f change de sens de variation ($x = 0$)

x	-3		0		3
$f(x)$	5	↘	-4	↗	5

7. Pour déterminer le signe de f on commence par chercher pour quelles valeurs de la variable x la fonction s'annule (-2 et 2) :

x	-3		-2		2		3
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

8. Pour déterminer l'image par f de x, on calcule $f(x)$:
   $f(-1) = (-1)^2 - 4 = 1 - 4 = -3$
   $f(0) = 0^2 - 4 = -4$
   $f(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^2 - 4 = 2 - 4 = -2$

9. Pour trouver les antécédents x de c par f, il faut résoudre l'équation $f(x) = c$.
   $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+2) = 0 \Leftrightarrow (x - 2 = 0 \, ou \, x + 2 = 0) \Leftrightarrow (x = 2 \, ou \, x = -2)$

Les antécedents de 0 par f sont donc -2 et 2.
$f(x) = 5 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 5 \Leftrightarrow x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+3) = 0 \Leftrightarrow (x - 3 = 0\, ou\, x + 3 = 0) \Leftrightarrow (x = 3\, ou\, x = -3)$
Les antécédents de 5 par f sont donc -3 et 3
$f(x) = -5 \Leftrightarrow x^2 - 4 = -5 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1$
Un carréne peut pas être négatif ($\mathcal{S} = \emptyset$), donc -5 n'a pas d'antécédent par f.

10. Résoudre algébriquement $f(x) = 1$:
    $f(x) = 1 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0$
    L'ensemble des solutions est $S = \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$

Eléments de correction pour le 68p37

5) Pour résoudre l'équation $f(x) = 3x - 1$, on trace la droite d'équation $y = 3x - 1$ et on cherche les abscisses des points d'intersection de C_f et de cette droite.
6) Pour disctuer suivant les valeurs de k le nombre de solutions de l'équation $f(x) = k$, on doit dire pour quelles valeurs de k l'équation a 0, 1, ou 2 solutions.

Dans cet exercice :
L'équation a 0 solution pour : $k \in]-\infty; -4/3] \cup]7; +\infty[$
L'équation a 1 solution pour : $k \in \{-4/3\} \cup]4; 7]$
L'équation a 2 solutions pour : $k \in]-4/3; 4[$