Primitives d'une fonction polynôme

Sujets

Dans chacun des exercices proposés ci-dessous, déterminez la primitive F de f sur $\mathbb{R}$, vérifiant la relation indiquée.

Exercice 1 $f : x \longmapsto -\frac{3x^3}{2} + \frac{3x}{4} - 1$, $F(3) = -8$.

Exercice 2 $f : x \longmapsto -2x^3 + 2x^2 - x - 6$, $F(-8) = -9$.

Exercice 3 $f : x \longmapsto -\frac{7x^3}{3} + \frac{7x^2}{3} + \frac{9x}{2} + \frac{3}{2}$, $F(-7) = -1$.

Exercice 4 $f : x \longmapsto \frac{4x^2}{3} + \frac{1}{4}$, $F(-9) = -3$.

Exercice 5 $f : x \longmapsto \frac{x^3}{5} - \frac{5x^2}{3} + \frac{3x}{5}$, $F(5) = 10$.

Solutions

Solution 1 *La primitive F de*

$$f : x \longmapsto -\frac{3x^3}{2} + \frac{3x}{4} - 1$$

sur $\mathbb{R}$ telle que $F(3) = -8$ est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par

$$F(x) = -\frac{3x^4}{8} + \frac{3x^2}{8} - x + 22.$$

Solution 2 *La primitive F de*

$$f : x \longmapsto -2x^3 + 2x^2 - x - 6$$

sur $\mathbb{R}$ telle que $F(-8) = -9$ est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par

$$F(x) = -\frac{x^4}{2} + \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x + \frac{7093}{3}.$$

Solution 3 *La primitive F de*

$$f : x \longmapsto -\frac{7x^3}{3} + \frac{7x^2}{3} + \frac{9x}{2} + \frac{3}{2}$$

sur $\mathbb{R}$ telle que $F(-7) = -1$ est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par

$$F(x) = -\frac{7x^4}{12} + \frac{7x^3}{9} + \frac{9x^2}{4} + \frac{3x}{2} + \frac{28199}{18}.$$

Solution 4 *La primitive F de*

$$f : x \longmapsto \frac{4x^2}{3} + \frac{1}{4}$$

sur $\mathbb{R}$ telle que $F(-9) = -3$ est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par

$$F(x) = \frac{4x^3}{9} + \frac{x}{4} + \frac{1293}{4}.$$

Solution 5 *La primitive F de*

$$f : x \longmapsto \frac{x^3}{5} - \frac{5x^2}{3} + \frac{3x}{5}$$

sur $\mathbb{R}$ telle que $F(5) = 10$ est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par

$$F(x) = \frac{x^4}{20} - \frac{5x^3}{9} + \frac{3x^2}{10} + \frac{1465}{36}.$$